CO5412: Optimización No Lineal I.
Enero-Marzo 2011

TAREA 3

1. Para cada una de las funciones $f_1(x) = x$; $f_2(x) = x^2 + x$; $f_3(x) = e^x - 1$ halle la constante de Lipschitz para $f'(x)$ en el intervalo $[-a, a]$, con $a > 0 \in R$.

2. Sea $f(x) = \frac{1}{2}\|F(x)\|^2$ donde $F : R^n \to R^n$, $F \in C^1$. Considere $x_{k+1} = x_k - \lambda_k (F'(x_k))^{-1} F(x_k)$ y suponga que $F'(x)$ es no singular $\forall x \in R^n$.

   Pruebe que si en la condición de Armijo usamos $\alpha = \frac{1}{2}$, entonces $\frac{f(x_{k+1})}{f(x_k)} \leq 1 - \lambda_k$.

   OJO: $F'(x)$ es el Jacobiano de F en x. Es decir, usando la notación de clase, $J_F(x) = F'(x)$.

3. Implemente en Matlab o Fortran el método del gradiente con busqueda lineal inexacta, esto es:
$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k \nabla f(x_k)$$
   donde, λ_k satisface la condición de Armijo (use 'backtracking´ y diga cuales son las escogencias de los parámetros η y ρ). Considere como condición de parada para el código que $\|\nabla f(x_k)\|_2 \leq 10^{-05}$ Utilice el algoritmo anterior para hallar la solución de los siguientes problemas:
$$a) \quad \text{mín}\, f(x) = 3x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$
   partiendo de $x_0 = (1, 1)^T$.
$$b) \quad \text{mín}\, f(x) = 1/2(x_1^2 - x_2)^2 + 1/2(1 - x_1)^2,$$
   partiendo de $x_0 = (2, 2)^T$ y cualquiere otro punto alejado de la solución.
$$c) \quad \text{mín}\, f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2,$$
   partiendo de $x_0 = (1{,}2, 1{,}2)^T$ y $x_0 = (-1{,}2, 1)^T$.

4. Haga una tabla con los resultados obtenidos para las tres funciones y los distintos iterados iniciales, donde se refleje: iteración (k) , x_k, $\|x_k - x_*\|_2$, $\|\nabla f(x_k)\|_2$ para las 10 últimas iteraciones. En base a los resultados obtenidos escriba conclusiones acerca de la convergencia global del método y de la estrategia de globalización.

5. Verifique si los puntos obtenidos con el algoritmo son mínimos o puntos estacionarios (puntos donde el gradiente de la función se anula) de las distintas funciones.