CO5412: Optimización No Lineal I.
Enero-Marzo 2011

TAREA 4

1. Demuestre que si $f(x)$ es una función cuadrática con hessiano definido positivo, entonces la longitud de paso dado por el método de Newton (es decir, $x_{k+1} = x_k + d_k$ con $d_k = -(\nabla^2 f(x_k))^{-1}\nabla f(x_k))$ para cualquier $x_k \in R^n$ satisface las condiciones de Armijo y Goldstein cuando $\alpha \leq \frac{1}{2}$ y $\beta > 0$.

2. Demuestre que si $f(x)$ es una función cuadrática con hessiano definido positivo, entonces el método de Newton encuentra la solución en una iteración, para cualquier punto inicial.

3. Implemente en Matlab el método de Newton (puede usar como criterio de parada $\|\nabla f(x_k)\| < 10^-05$) y úselo para resolver los siguientes problemas de minimización:

$$a) \quad \text{mín}\, f(x) = 3x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$

partiendo de $x_0 = (1,1)^T$.

$$b) \quad \text{mín}\, f(x) = (x_1-2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2,$$

partiendo de $x_0 = (3,0)^T$ y $x_0 = (0,10)$.

$$c) \quad \text{mín}\, f(x) = x_1^4 + x_1x_2 + (1+x_2)^2,$$

partiendo de $x_0 = (0,0)^T$.

Diga si hay convergencia o no, y si el punto obtenido es mínimo o punto estacionario. En caso de que no haya convergencia implemente el método de Newton modificado con búsqueda lineal regresiva (como la implementada en la tarea anterior) e intente resolver los problemas.

Reporte, en cada caso, número de iteraciones, número de recortes en la búsqueda lineal, norma del gradiente de f por iteración y gráfique los iterados. La rapidez de convergencia coincide con lo desarrollado en teoría? Analize en forma conciza los resultados.

4. Ahora resuelva el problema anterior pero implementando en Matlab el método BFGS. En cada caso, use los mismos puntos iniciales y como matriz H_0 la identidad. En caso de que no haya convergencia implemente el método con búsqueda lineal regresiva (como la implementada en la tarea anterior) e intente resolver los problemas. Verifique en cada iteración que la dirección generada es de descenso.

Reporte, en cada caso, número de iteraciones, número de recortes en la búsqueda lineal, norma del gradiente de f por iteración y gráfique los iterados. La rapidez de convergencia coincide con lo desarrollado en teoría? H_k convergen a $\nabla^2 f(x)$ en la solución?. Analize en forma conciza los resultados.

5. Compare los resultados obtenidos por Newton y BFGS.