CO5412: Optimización No Lineal I.
Enero-Marzo 2011

TAREA 6

1. Implemente en Matlab el método de gradiente espectral y el de gradiente conjugados para funciones cuadráticas. Encuentre el único minimizador $x^* = (0, ..., 0)^T$ de la función $q(x) = 0.5x^T Ax$, donde $A = diag(1, 2, ..., n)$. Compare sus resultados con los obtenidos con el método del gradiente o mínimo descenso (Cauchy con búsqueda lineal exacta) para funciones cuadráticas, con $n = 100, 200, 500$. Use como criterio de parada en todos los casos, $\|x_k - x^*\|_2 \leq 10^{-14}$, y como iterado inicial $x^0 = (.5, .5, ..., .5)^T$. Escoja $\alpha_0 = 1.5$ en el método de gradiente espectral. Haga una tabla de la siguiente forma:

n	Mínimo descenso (Cauchy) #de iteraciones	Gradiente Espectral #de iteraciones	Gradiente Conjugado #de iteraciones
100			
200			
500			

2. Considere la sucesión $\{x^k\}$ generada por el método de gradientes conjugados para minimizar funciones cuadráticas estrictamente convexas. Sea Q el Hessiano de la función a minimizar, $g_i = \nabla f(x^i)$, y d_i la dirección generada en la iteración i. Pruebe que

   (a) $gen\{g_0, g_1, ..., g_k\} = gen\{g_0, Qg_0, ..., Q^k g_0\}$

   (b) $gen\{d_0, d_1, ..., d_k\} = gen\{g_0, Qg_0, ..., Q^k g_0\}$

3. Consideren el problema de minimizar $f(x)$. Muestre que la dirección d_k en las extensiones del método de gradiente conjugado para el caso no-cuadrático:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \alpha_k d_k \\ d_k &= -\nabla f(x_k) + \beta^i_{k-1} d_{k-1} \end{aligned}$$

   donde $\alpha_k = \arg\min f(x_k + \alpha x_k)$, es una dirección de descenso para los diferentes escalares β^i_k, con $i =$ FR,PR (FR= Fletcher-Reeves, PR= Polak-Riviere).