

CO5412: Optimización No Lineal I.

Enero-Marzo 2011

TAREA 7

Suponga que está llevando a cabo un experimento donde para valores de tiempo $t^* = (1, 2, 2.8, 4.5, 4)^t$ se encuentran medidas de una cierta señal dadas por el correspondiente vector $y^* = (1.5, 2, 4, 1.3, 2.5)^t$. De los datos y del conocimiento de la aplicación en cuestión se deduce que la señal tiene comportamiento oscilatorio y exponencial de cierto tipo. Se escoge como modelo de este comportamiento la función

$$w(t; x) = x_1 + x_2 \exp\left(\frac{-(x_3 - t)^2}{x_4}\right) + x_5 \cos(x_6 t).$$

Los números x_i para $i = 1, \dots, 6$ son los parámetros del modelo. Lo que se busca es escoger estos valores tal que los valores de $w(t_i; x)$ aproximen la data observada y_i tanto como sea posible. Es decir, se desea resolver el problema $\min_{x \in \mathbb{R}^6} f(x)$ donde $f(x) = \|y^* - w(t^*, x)\|^2$.

1. Llame $r_j(x) = y_j^* - w(t_j^*; x)$. Cálculo directo muestra que $\nabla f(x) = \sum_{i=1}^{m=5} 2r_i(x) \nabla r_i(x) = 2J_r(x)^t r(x)$ y $\nabla^2 f(x) = 2 \sum_{i=1}^{m=5} (\nabla r_i(x) \nabla^t r_i(x) + \nabla^2 r_i(x) r_i(x)) = 2(J_r(x)^t J_r(x) + \sum_{i=1}^{m=5} \nabla^2 r_i(x) r_i(x))$. Aquí, $J_r(x)$ es el Jacobiano de la función $r(x) = (r_1(x), \dots, r_5(x))^t$.
2. Intente resolver el problema eligiendo uno (o más) de los métodos (globalizados!) estudiados en clase.
Use como $x^0 = (1, 1, 1, 1, 1, 1)^t$, $x^0 = (5, 5, 5, 5, 5, 5)^t$, $x^0 = (10, 10, 10, 10, 10, 10)^t$, x^0 generado aleatoriamente, $H^0 = I$ (si usa BFGS).
3. En caso de convergencia, estudie si el punto obtenido puede ser un mínimo usando las condiciones de optimalidad vistas en clase.
4. Reporte y analice
 - (a) Tiempo de CPU.
 - (b) Estime la rapidez de convergencia y diga si coincide con lo visto en teoría.
 - (c) Comportamiento numérico del algoritmo.
5. Si usa más de un método compare los resultados obtenidos y obtenga conclusiones sobre la mejor opción.
6. La fecha máxima de entrega de esta tarea es el día lunes 28-03-11 en el examen **sin prórroga**. Debe entregar lo siguiente:
 - (a) Un informe impreso donde se encuentre
 - Su programa y una explicación clara de cuales fueron los parámetros usados en los algoritmos y el criterio de parada usado.
 - Las corridas para los problemas resueltos.